

# MATEMATICKÉ METÓDY HODNOTENIA EFEKTÍVNOSTI PODNIKOV

## MATHEMATICAL METHODS FOR ANALYSING AN EFFICIENCY OF COOPERATIVES

*BENDA Vladimír (SR)*

---

### ABSTRACT

In this article we are dealing with analysis of efficiency by means of mathematical methods of cooperatives producing wheat. We have used two different methods from which one uses parametrical approach (Stochastic frontier analysis SFA) a nonparametric approach (Data envelopment analysis DEA). Main advantage of these two methods is that they use one value which is called technical efficiency (TE) and defines the efficiency of the firm in the interval 0 – 1. Calculated measures of TE are compared from the aspect of the both methods and if the results of TE would be comparable, that would mean that measures are significant. If we reach significant results we can use them to analyze the influence of profit and loss account on the TE of the cooperatives.

### KEY WORDS

Stochastic frontier, Data envelopment analysis, Technical efficiency, Profit and loss account.

---

### ÚVOD

Matematické metódy hodnotenia efektívnosti môžeme rozdeliť na parametrické (metóda Stochastických front SFA) a neparametrické (Analýza dátových obaloch DEA). Pri hodnotení efektívnosti matematické metódy najprv odhadujú produkčnú funkcie pre dané odvetvie. Produkčná funkcia sa nemusí odhadovať iba vstupmi a výstupmi v hodnotovom vyjadrení ale sa môžu použiť aj ukazovatele fyzickej produkcie. Na odhad produkčnej funkcie metóda SFA najčastejšie využíva Cobb–Douglasovu produkčnú funkciu a metóda DEA rieši úlohu lineárneho programovania. Po odhadnutí produkčnej funkcie sa vypočítajú teoretické hodnoty produkcie pre jednotlivé podniky, ktoré by sa pri danej technológii mali dosahovať. Podielom skutočnej a teoretickej hodnoty sa odhadne miera efektívnosti, ktorá sa nazýva aj technická efektívnosť (TE) a môže nadobúdať hodnoty v intervale 0 – 1.

Cieľom práce je analyzovať výkonnosť poľnohospodárskych družstiev v odvetví produkcie pšenice. Ako základná miera výkonnosti bola zvolená technická efektívnosť, pričom dôvodom na výber technickej efektívnosti je skutočnosť, že údaje v danej databáze sú vyjadrené v zmiešanej forme (naturálne a hodnotové ukazovatele). Tieto údaje je možné hodnotiť iba pomocou matematických metód a čiastkové metódy sú pri daných údajoch nepoužiteľné.

Na základe vypočítaných mier technickej efektívnosti podnikov sa budú overovať nasledovné predpoklady:

Aplikácia dvoch metodologických prístupov odhadu technickej efektívnosti (DEA a SFA) neposkytne štatisticky preukazne rozdielne výsledky,

Vykázaný hospodársky výsledok je významným faktorom ovplyvňujúcim mieru technickej efektívnosti pri bravčového mäsa.

### MATERIÁL A METÓDY

Údaje ktoré boli použité na hodnotenie efektívnosti výroby bravčového mäsa a pšenice boli získané z VÚPP a každý súbor údajov bol zložený z 3 častí: charakteristiky podniku na základe štruktúry zdrojov, nákladová časť a výnosová časť. Ako premenné vstupy boli

zvolené: náklady na pracovníkov (agregovaná premenná ktorá obsahuje prvotné, druhotné mzdy pracovníkov a sociálne náklady na pracovníkov), krmivá spolu (agregovaná premenná, ktorá obsahuje náklady na vyrobené a nakúpené hnojivá) a počet krmných dní. Ako premenná výstupu bola zvolená fyzická produkcia mäsa (v tonách).

Pre nedostatok priestoru na detailnú formuláciu matematických metód hodnotenia, tj. SFA a DEA sa venovať nebudeme. Všeobecné formulácie a postupy použitých metód sú uvedené v zdrojoch: FARRELL, M.J. (1957), COELLI, T. – PRASADA RAO, D. S – BATTESE, G. E (1998) a KOOPMANS, T. C (1951). A ako doplnkové metódy na testovanie hypotéz boli použité: t-test na zhodu 2 stredných hodnôt, analýza rozptylu a Duncanov D test kontrastov.

## VÝSLEDKY A DISKUSIA

Na základe aplikácie C-D pri odhade stochastickej hranice efektívnosti boli získané nasledovné parametre rovnice:

$$\ln M_i = -5,02 + 0,04 \ln(P_i) + 0,56 \ln(K_i) + 0,43 \ln(KD_i) + v_i - u_i,$$

kde:  $M_i$  – predstavuje produkciu mäsa v tonách,  $P_i$  - predstavujú celkové náklady na pracovníkov,  $K_i$  – predstavujú krmivá spolu,  $KD_i$  - predstavujú krmne dni spolu,  $v_i$  – náhodné šoky,  $u_i$  – technická neefektívnosť

V tabuľky 1 sú zobrazené odhady koeficientov a ich testovacie štatistiky:

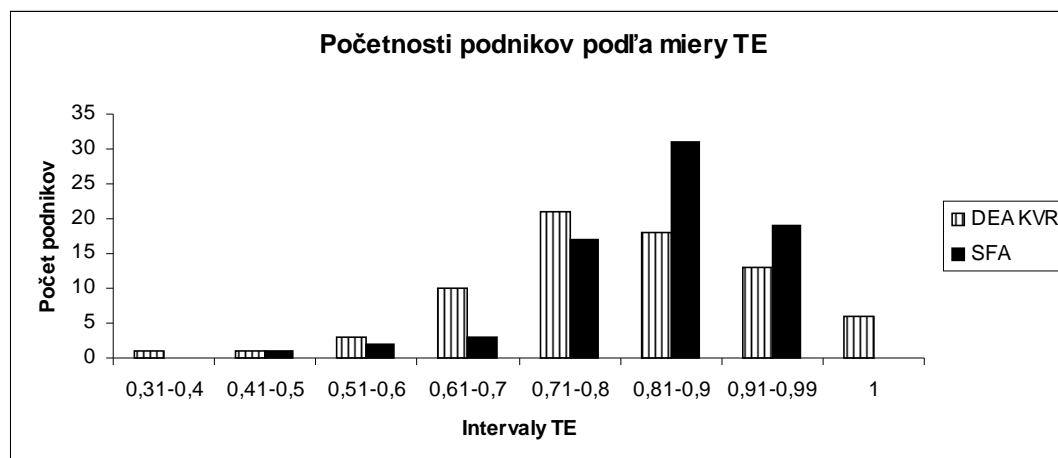
Tabuľka 1 Koeficienty a testovacie štatistiky modelu stochastických produkčných hraníc

Koeficient	Bodový odhad regresného koeficientu	Štandardná odchýlka	t - štatistika	Kritická hodnota t $\alpha=0,05$	Kritická hodnota t $\alpha=0,01$
$\beta_0$	-5,02	0,34	14,90	2,001	2,662
$\beta_1$	0,04	0,03	1,8	2,001	2,662
$\beta_2$	0,56	0,07	7,51	2,001	2,662
$\beta_3$	0,43	0,07	6,14	2,001	2,662

Zdroj: Vlastné výpočty

Všetky koeficienty okrem koeficientu  $\beta_2$ , ktorý reprezentuje vplyv krmív sú vysoko preukazné, avšak na základe ekonomickej teórie sme sa rozhodli ponechať danú premennú v modeli (naviac jej vplyv je preukazný na hladine významnosti 0,06). Použitím Studentovho t- testu pre zhodu dvoch stredných hodnôt sme overili konzistenciu odhadov mier technickej efektívnosti vypočítaných metódami DEA a SFA a neboli zistené štatisticky preukazné rozdiely v TE odhadnutých dvomi metódami, čo je vidno aj z grafu 1. Z grafu 1 je zrejmé, že najväčší počet podnikov sa nachádza v intervale TE od 0,71 po 0,99. Aj keď metóda SFA odhadla väčší počet podnikov v intervale 0,81 – 0,9, môžeme tvrdiť, že neexistuje preukazný rozdiel medzi výsledkami získanými dvomi metódami.

Graf 1 Rozdelenie početnosti podnikov podľa dosiahnutej miery TE



Zdroj: Vlastné výpočty

Tabuľka 2 Základné ukazovatele

Ukazovateľ	Skupina	SFA	DEA KVR
Minimum	Stratové	0,56	0,51
	Ziskové	0,48	0,38
Maximum	Stratové	0,95	1,00
	Ziskové	0,96	1,00
Stredná hodnota	Stratové	0,81	0,78
	Ziskové	<b>0,86</b>	<b>0,84</b>
Smerodajná odchýlka	Stratové	0,10	0,13
	Ziskové	0,08	0,13
Počet efektívnych	Stratové	0%	1%
	Ziskové	0%	7%

Zdroj: Vlastné výpočty

V tabuľke 2 sú zobrazené základné štatistiky, z ktorých je evidentné, že neexistujú preukazné rozdiely medzi vypočítanými mierami TE v jednotlivých skupinách podnikov. Z vypočítaných údajov v tabuľke 1 je evidentné, že neexistuje výrazný rozdiel medzi strednými hodnotami miery TE pri porovnávaných skupinách. Metóda SFA (ktorá používa menej prísnejšie kritéria pri stanovení TE, čo vychádza z metód výpočtu) má konzistentnejšie odhady od metódy DEA pri ktorých sú rozdiely väčšie. Testovanie rozdielov je znázornené v tabuľke 3.

Tabuľka 3 Testovanie kontrastov TE použitím Duncanovho D testu

Metóda	Skupina	Stratové	Ziskové
<b>Stredná hodnota</b>		0,7754545	0,841425
<b>TE KVR</b>	<b>Stratové</b>		+
	<b>Ziskové</b>	+	
<b>Stredná hodnota</b>		0,8102578	0,8616082
<b>TE SFA</b>	<b>Stratové</b>		-
	<b>Ziskové</b>	-	

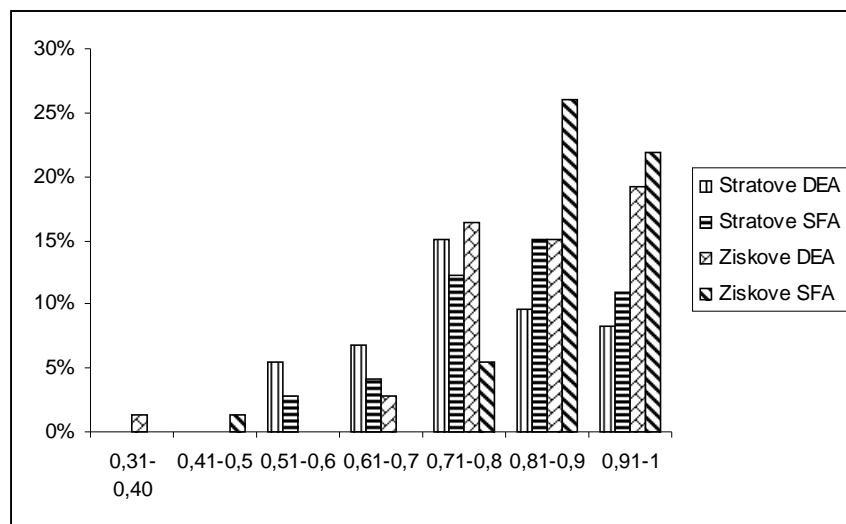
+ - významnosť na úrovni 0,05    ++ - významnosť na úrovni 0,01    - štatistický nevýznamný ukazovateľ

Zdroj: Vlastné výpočty

Na testovanie základnej hypotézy o tom, že dosahovaná úroveň hospodárskeho výsledku je významným faktorom, ktorý ovplyvňuje dosahovanú mieru TE bol použitý Duncanov D - test kontrastov. Týmto testom zisťujeme preukaznosť rozdielov medzi priemernou mierou TE medzi jednotlivými skupinami podnikov navzájom.

Výsledky testovania kontrastov Duncanovým testom prezentuje tabuľka 3. Duncanovým testom sme neboli zistené jednoznačné výsledky oboma metódami. Kým pri neparametrickej metóde DEA boli zistili preukazné rozdiely medzi jednotlivými skupinami podnikov. K podobným záverom sme nedospeli aj pri metóde SFA, pri ktorej neboli zistené preukazné rozdiely medzi jednotlivými skupinami podnikov. Grafický sú dosiahnuté výsledky znázornené v grafe 2.

Graf 2. Percentuálne rozdelenie početnosti podnikov podľa metódy a dosiahnutej miery TE



Zdroj: Vlastné výpočty.

## ZÁVER

V danom príspevku sme sa zaoberali analýzou miery technickej efektívnosti podnikov produkujúcich bravčové mäso. Ako základné hypotézy boli overované:

zhoda vypočítaných mier TE pri dvoch metódach : DEA a SFA,

dosahovaná úroveň hospodárskeho výsledku je významným faktorom, ovplyvňujúcim mieru TE podniku.

Pri porovnaní vypočítaných mier technickej efektívnosti spomínanými metódami sme došli k záveru, že neexistuje preukazný rozdiel medzi strednými hodnotami miery technickej efektívnosti. Týmto sa aj potvrdilo, že náhodné šoky nemali veľký vplyv na mieru TE, lebo v tom prípade by existoval preukazný rozdiel medzi danými metódami ako následok rozdielneho zohľadnenia daných efektov pri výpočte TE.

Hypotéza o významnosti vplyvu dosahovanej úrovne hospodárskeho výsledku na miery TE sa ako celok nepotvrdila, pretože neboli dosiahnuté porovnateľné výsledky oboma metódami. Rozdiely medzi dosahovanými výsledkami môžu byť vysvetlené rozdielnym výpočtovým metódami.

## **ANOTÁCIA**

V príspevku sa zaoberáme analýzou efektívnosti podnikov produkujúcich bravčové mäso pomocou matematických metód hodnotenia efektívnosti. Pri analýze efektívnosti boli použité dve metódy: parametrická metóda Analýzy stochastických hraníc (SFA) a neparametrická Analýza dátových obalov (DEA). Dané metódy hodnotia efektívnosť podnikov pomocou miery nazvanej technická efektívnosť, ktorej výhoda spočíva vtom, že jednou hodnotou vyhodnotí celkovú efektívnosť podniku. Pri porovnaní vypočítaných výsledkov získaných oboma metodologickými prístupmi neboli zistené štatisticky preukazné rozdiely pri vypočítaných mierach TE. Získané miery technickej efektívnosti boli následne využité na analýzu vplyvu dosahovaného hospodárskeho výsledku na mieru TE. Pri danej analýze neboli zistené jednoznačné rozdiely medzi skupinami podnikov dosahujúcimi zisk a stratu oboma metódami.

## **KLÚČOVÉ SLOVÁ**

Stochastický front, Analýza dátových obalov, Technická efektívnosť, Hospodársky výsledok.

## **LITERATÚRA**

1. **COELLI, T. – PRASADA RAO, D. S – BATTESE, G. E.:** An introduction to efficiency and productivity analysis. Boston: Kluwer, 1998. 295 s. ISBN 0-7546-6839-0
2. **FARRELL, M.J. (1957):** The measurement of productive efficiency. In: Journal of the Royal Statistical Society, Series A, Vol.120, Part 3, 1957, 253-290 s.
3. **COOPER, W.W. – SEIFORD, L. M. – TONE, K.:** Data Envelopment Analysis. Boston: Kluwer, 2002. 318 s. ISBN 0-7923-8693-0
4. **FANDEL, P.:** Analýza efektívnosti a produktivity práce v poľnohospodárstve neparametrickými metódami: Habilitačná práca. Nitra: SPU, 1999. 106 s.
5. **KOOPMANS, T. C.:** Analysis of production as an efficient combination of activities. In: T. C. Koopmans (ed.): Activity analysis of production and allocation, New York: Wiley, 1951, 210 s
6. **SOJKOVÁ, Z. – COVACI, Š.:** Analýza technickej efektívnosti poľnohospodárskych podnikov Slovenska. In: Acta economica et informatica, roč. 8, 2005, č. 1, s. 1 – 6

## **KONTAKTNÁ ADRESA**

**Ing. Vladimír Benda,** KŠOV, FEM, SPU Nitra, Tr. A. Hlinku 2, 949 76 Nitra  
vb01@fem.uniag.sk