

## ŠTATISTICKÁ FYZIKA – Hlavný nástroj ekonofyziky A JEJ UPLATNENIE PRI ROZDELENÍ BOHATSTVA

Mária Farkašová, SR

### Abstrakt

Príspevok obsahuje krátky prehľad štatistickej fyziky ako hlavného nástroja ekonofyziky. Ekonofyzika aplikuje metódy štatistickej fyziky na problémy ekonómie. Zameriame sa na rozdelenie bohatstva a distribúciu príjmov, ktoré využívajú mocninové zákony.

**Kľúčové slová:** ekonofyzika, aproximácia, štatistické metódy, kumulatívna pravdepodobnosť

### Úvod

Súvislosti medzi jednotlivými ekonomickými javmi a ich dôsledky sú často také zložité, že ekonóm pri ich vysvetľovaní musí využívať aj poznatky iných ako ekonomických vied. Významným spôsobom do rozvoja ekonómie zasiahla už matematika. V niektorých prípadoch zákony v ekonómii sa podobajú zákonom v prírodných vedách. Hoci sa ekonómia spája s najmä s individuálnym ľudským rozhodovaním, niekedy však kolektívne správanie sa môže byť opísané procesom založeným na štatistickej báze. Preto cieľom ekonofyziky je aplikovať idey z prírodných vied do ekonómie. Ekonofyzika sa snaží pochopiť a vysvetliť ekonomické problémy pomocou matematických nástrojov štatistickej fyziky.

### Metóda a materiál

Cieľom príspevku je poskytnúť globálny pohľad na vybraný problém ekonofyziky. Ukázali sme, že metódy štatistickej fyziky môžu byť aplikované v ekonómii. Zamerali sme sa na rozdelenie bohatstva a distribúciu príjmu, pričom sme použili základné typy mocninového rozdelenia.

### Výsledky a diskusia

Ekonofyzika je vedný odbor, ktorý skúša aplikovať fyzikálne metódy v teoretickej ekonómii. Súčasne sa zaoberá tromi oblasťami. Prvá z nich sú časové rady cien akcií, výmenných kurzov a ceny tovarov. Veľkosť firiem, HDP, individuálneho bohatstva a príjmu predstavujú druhú oblasť. Tretia oblasť je tzv. komplexná analýza. Hlavný nástroj predstavuje štatistická fyzika. Štatistická fyzika je časť teoretickej fyziky, ktorej úlohou je štúdium fyzikálnych objektov tvoriacich súbor mechanických systémov v rovnovážnom stave. Pretože počet stupňov voľnosti štatisticky definovaného objektu je veľmi vysoký, a teda fyzikálne stavy jednotlivých systémov v súbore sa nedajú priamo pozorovať, nemožno udať počiatkové podmienky potrebné na konkrétne riešenie. Namiesto riešenia sa teda definuje vhodná metóda na určenie rovnovážneho stavu, pomocou počtu konfigurácií stavov jeho elementov – mikrostavov, ktoré podmieňujú určitý stav objektu ako celku – makrostav. Za makroskopický systém môžeme v ekonómii považovať spoločenstvo ľudí, resp. jednotlivé štáty. Častice tohto systému tvoria jedinci – ekonomickí agenti, ktorí medzi sebou uskutočňujú transakcie. Podobne, ako štatistická fyzika, hľadá všeobecné zákonitosti v makroskopických objektoch. Cieľom ekonofyziky je nájsť všeobecné vlastnosti ekonomického systému, ktoré sú determinované interakciou veľkého počtu ekonomických agentov. Pritom sa používajú najmä poznatky zo štatistickej fyziky.

V štatistickej fyzike existujú tri druhy štatistických metód. Metóda klasickej štatistiky pochádza od Boltzmannu, na konkrétne fyzikálne problémy uplatňuje zákony klasickej

mechaniky. Použil ju i Maxwell, preto sa klasická štatistika nazýva Boltzmann–Maxwellovou štatistikou. Gibbsov zákon kanonického rozdelenia je špeciálny prípad klasickej štatistiky. Ďalšie dva druhy metód majú kvantový charakter. Pri štúdiu vlastností elementov fyzikálnych objektov uplatňujú zákony kvantovej mechaniky. Táto štatistická metóda sa nazýva Bose–Einsteinova. Úspešne sa uplatňuje najmä pri štúdiu elektromagnetického žiarenia v rovnovážnom stave. Antisymetrická kvantová štatistika sa nazýva Fermiho–Diracova štatistika a používa sa najmä pri výskume vlastností elektrónov v kovoch a pri štúdiu elektrónového plynu v okolí jadra atómu.

Fyzici sú často očarení mocninovými zákonmi, ktoré sa dajú použiť v ekonómii. V najjednoduchšej forme ich môžeme vyjadriť nasledovne:

- mocninová funkcia  $y = x^{-\alpha}$
- exponenciálna funkcia  $y = e^{-\alpha x}$ .

Metódy štatistickej fyziky sa aplikujú v biofyzike, medicíne, geológii a v posledných rokoch v ekonómii. Zameriame sa na rozdelenie bohatstva a príjmov. Bohatstvo predstavuje stavovú veličinu, ktorá odráža peňažnú hodnotu všetkých aktív v danej domácnosti a v danom okamihu. Aktíva môžu nadobúdať tak finančnú podobu (hotovosť, cenné papiere, šekové účty) ako aj hmotnú podobu (hnuteľný a nehnuteľný majetok). Medzi dôchodkami a bohatstvom existuje bezprostredná väzba. Bohatstvo podmieňuje veľkosť dôchodkov, veľkosť dôchodkov má zase priamy vplyv na veľkosť bohatstva. V ekonomickej teórii sa možno stretnúť aj s ekonomickou kategóriou čisté bohatstvo, čo predstavuje rozdiel medzi aktívami (hotovosť, akcie, nehnuteľnosti) a pasívami (pôžičky a iné dlhy). S efektívnou trhovou ekonomikou je bytostne spätá dôchodková i majetková nerovnosť. Rozdelenie dôchodkov i bohatstva je nerovnomerné. Ekonómovia študovali distribúciu osobných príjmov s cieľom charakterizovať celkovú ekonomickú situáciu v krajine. Taliansky sociológ Pareto už pred storočím pozoroval, že distribúcia osobných príjmov sa správa podľa určitého univerzálneho pravidla vo všetkých krajinách. Namiesto toho, aký je  $r$ -tý najväčší príjem, sa snažil určiť koľko ľudí má príjem väčší ako  $x$ . Pri sledovaní ročných príjmov používal pojem tzv. kumulatívnej pravdepodobnosti  $N(r)$ , ktorá je definovaná ako pravdepodobnosť, že náhodný človek zo súboru má príjem väčší alebo rovný  $r$ :

$$N(r) = P(X > r) = \int_r^{\infty} f(x) dx,$$

kde  $f$  je hustota rozdelenia pravdepodobnosti,  $r$  je náhodná premenná z tohto rozdelenia.

Konkrétna podoba pravidla mala podľa Pareta nasledovnú podobu:

$$N(x) = x^{-\alpha}.$$

Pre uvedený mocninový zákon kumulatívnych distribúcií mal mať exponent hodnotu blízku  $-1,5$ . V priebehu ďalšieho skúmania boli distribúcií bohatstva postupne pripisované iné rozdelenia: Levyho, log-normálne, Gamma a ďalšie.

Aj štatistická mechanika ako súčasť štatistickej fyziky, aj ekonómovia, študujú podrobné vlastnosti správania sa skupín atómov, resp. ekonomických agentov. Za základný model môžeme považovať štúdiu Dragulesca a Yakovenka. Podľa nich sa časť rozdelenia bohatstva správa podľa Boltzmann–Gibbsovho zákona.

Predpokladajme uzavretý ekonomický systém, v ktorom celkové množstvo peňazí je konzervované, dané. Analogicky, ako v štatistickej fyzike platí Boltzmann–Gibbsov zákon, ktorý hovorí, že pravdepodobnostná distribučná funkcia energie  $\varepsilon$  je:

$$P(\varepsilon) = C \cdot e^{-\varepsilon/T},$$

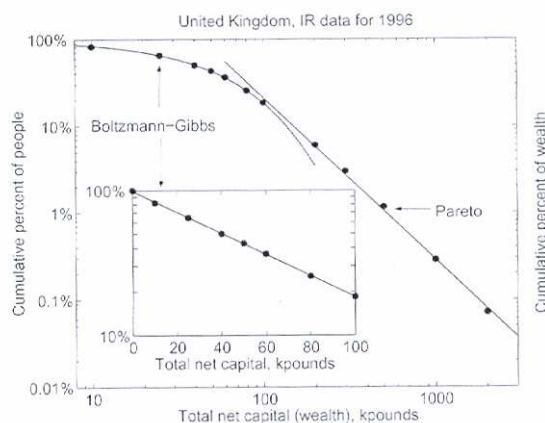
kde  $T$  je teplota a  $C$  normalizačná konštanta, tak aj pre uvažovaný model platí tento zákon, len namiesto energie uvažujeme o množstve peňazí v systéme a namiesto teploty o priemernom množstve peňazí na agenta.

Autori spomínanej štúdií sa zaoberali kumulatívnym pravdepodobnostným rozdelením bohatstva  $N(w)$ , ktoré definovali ako počet ľudí, ktorých bohatstvo je väčšie ako  $w$ . Na aproximovanie pozorovaných údajov použili dva typy rozdelenia:

- mocninový zákon  $N(w) \propto \frac{1}{w^\alpha}$  a
- exponenciálny zákon  $N(w) \propto \exp\left(\frac{-w}{W}\right)$ .

Tieto rozdelenia sú charakterizované exponentom  $\alpha$  a „teplotou“  $W$ . Zodpovedajúce hustoty pravdepodobnosti  $P(w) = -\frac{dN(w)}{dw}$  sa taktiež správajú podľa mocninového, resp. exponenciálneho zákona.

Rozdelenie bohatstva v spoločnosti je ťažko merateľné, pretože ľudia nevidujú presne veľkosť svojho majetku. Veľkosť bohatstva je možné odhadnúť na základe údajov o dedičskej dani. Zaujímavé na rozdelení bohatstva je práve miera nerovnosti. Pre USA, Veľkú Britániu a západnú Európu platí pravidlo, že 20 % ľudí vlastní 80 % celkového bohatstva, čo zaznamenal už Pareto.



Obr. 1 Kumulatívne pravdepodobnostné rozdelenie bohatstva [2]

Podobne ako s bohatstvom je to s príjmom  $r$ . Nižšie príjmové skupiny dobre aproximuje exponenciálne rozdelenie  $R = 11,7$  a vyššie príjmové skupiny mocninové rozdelenie s exponentom  $\alpha = 2$ .

Skúmaním skutočných údajov v USA, ČR sa zistilo, že distribúcia príjmu väčšiny obyvateľstva je opisovaná exponenciálnym Boltzmann–Gibbovým zákonom, zvyšok podľa Paretoho zákona.

Ekonomická teória predpokladá, že trh je v rovnováhe a agenti sa správajú perfektne racionálne, ale tieto predpoklady nie sú v reálnom svete splnené. Preto mnoho ekonofyzikov sa snaží vyvinúť modely, čo najbližšie odrážajúce realitu.

## Záver

Pri popisovaní rozdelenia bohatstva a príjmu v spoločnosti majú uplatnenie mocninové zákony. Tieto sa vyskytujú vo viacerých sférach ekonomiky. V budúcnosti je treba špecifikovať nové podmienky a aplikovať ich do modelov odrážajúcich reálny svet. Kvalitné modely, popisujúce súčasný stav, môžu byť základom pre predikciu napr. problému distribúcie bohatstva.

**Literatúra**

1. ČULÍK, F., NOGA, M.: Úvod do štatistickej fyziky a termodynamiky. Bratislava: Alfa, 1982, s. 343. ISBN 80-05-01158-X
2. DRĂGULESCU, A. – YAKOVENSKO, V. M.: Exponential and power-law probability distributions of wealth and income in the United Kingdom and the United States, cond-mat/0103544, (2001)
3. KVASNICA, J.: Statistická fyzika. Praha: Academia, 1983, s. 314. ISBN 80-20-00676-0
4. LISÝ, J. a kol.: Ekonómia v novej ekonomike. Bratislava: IURA EDITION, 2005, s. 622. ISBN 80-80-78063-3

**Adresa autora**

RNDr. Mária Farkašová, Katedra matematiky FEM SPU, Tr. A. Hlinku 2, 949 76 Nitra  
e-mail: [Maria.Farkasova@uniag.sk](mailto: Maria.Farkasova@uniag.sk)